Podstawy Fizyki

Zadania domowe 7

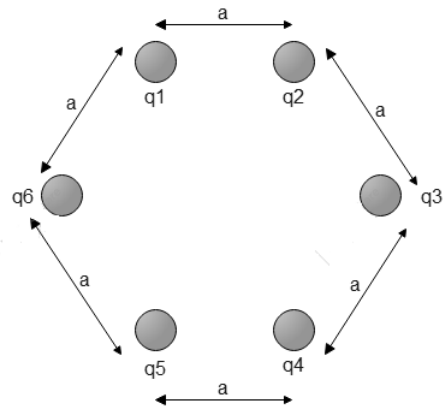
Zadanie 1. Sprawdź, czy poniższe pola wektorowe można zapisać jako $\vec{E} = -\nabla V(x, y, z)$? Jeśli tak, podaj postać funkcji $V(x, y, z)$.

(a) $\vec{E} = E_0 \begin{bmatrix} x^2 \\ 3xz^2 \\ -2xz \end{bmatrix}$

(b) $\vec{E} = E_0 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

Odp.: a) nie można; b) można, $V(x, y, z) = -\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) = -\frac{1}{2}r^2$**.**

Zadanie 2. W narożach sześciokąta foremnego o boku $a = 1$ μm (patrz rysunek niżej) umieszczono następujące ładunki: $q_1 = q$, $q_2 = -3q$, $q_3 = 2q$, $q_4 = -q$, $q_5 = 5q$ i $q_6 = -4q$. Wyznacz pracę jaką należy wykonać, aby skonstruować taki układ ładunków. Przyjmij, że $q = 10$ nC oraz stała $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$.



Odp.: W ≈ 25 J.

Zadanie 3. Cienką obręcz o promieniu $R = 1$ m naładowano gęstością liniową, równą $\lambda = \lambda_0 cos^2\phi$, gdzie ϕ jest kątem zakreślanym przez promień obręczy, zaś λ_0 to dodatnia stała liczbowa o wymiarze [C/m]. Znajdź postać oraz wartość potencjału na osi przechodzącej przez środek obręczy, w odległości $z_0 = 10$ m od jej środka. Przyjmij, że $\lambda_0 = 10^{-6}$ C/m oraz $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$.

Odp.: $V(z_0) = 2811$ **V.**

Zadanie 4. Układ przewodników składa się z dwu współśrodkowych sfer o promieniach $R_1 = 10$ nm i $R_2 = 4R_1$. Na wewnętrzną sferę wprowadzono ładunek $Q_1 = Q$, a na zewnętrzną ładunek $Q_2 = -Q$, gdzie $Q = 10$ nC. Jaką energię zgromadzono w tym układzie?

Odp.: $E_p \approx 25kJ$.

Zadanie 5. Przestrzeń między dwiema współśrodkowymi sferami o promieniach R_1 i R_2 ($R_1 < R_2$) naładowano gęstością objętościową daną zależnością $\rho(r) = \frac{\alpha}{r^2}$, gdzie α to dodatnia stała liczbowa o wymiarze [C$\cdot m^{-1}$]. Znajdź całkowity ładunek zawarty między sferami, pole elektryczne oraz całkowitą energię układu.

Zadanie 6. Dana jest płyta wykonana z przewodnika o grubości d, którą naładowano ładunkiem powierzchniowym 8σ. W odległości a od środka pierwszej płyty inną płytę wykonaną z przewodnika o tej samej grubości, naładowaną ładunkiem powierzchniowym -2σ. Znajdź nowy rozkład ładunków wytworzony w układzie. Narysuj funkcję $\vec{E}(x)$ w całej przestrzeni, gdzie x to odległość od środka pierwszej płyty. Przyjmij, że początek układu współrzędnych pokrywa się z osią symetrii pierwszej płyty.

Odp. : $\sigma_1 = 6\sigma, \sigma_2 = 10\sigma, \sigma_3 = -10\sigma, \sigma_4 = 6\sigma$.